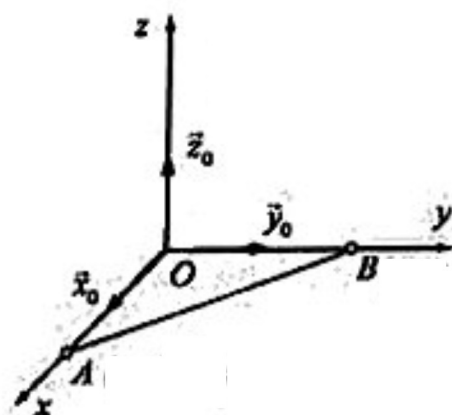




Θέματα

1. (α) Ρευστό έχει πυκνότητα ρ ίση με $\rho = 8x$ και ταχύτητα $\vec{u} = (6x - y)\vec{x}_0 + 4z^3x\vec{y}_0 + 6x^2\vec{z}_0$.
Να βρεθεί η παροχή μάζας διαμέσου της επιφάνειας (OAB) , Σχήμα 1. Οι συντεταγμένες των σημείων A και B είναι αντίστοιχα $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$.
- (β) Σώμα σταθερού όγκου V βρίσκεται μέσα σε ρευστό που ισορροπεί. Η πίεση του ρευστού είναι ίση με $P = 6x + 7y + 3z$. Η πυκνότητα ρ του ρευστού είναι σταθερή και γνωστή. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης, που ασκεί το ρευστό στην επιφάνεια του σώματος.
2. (α) Οι συνιστώσες της ταχύτητας ρευστού δίνονται από τις σχέσεις $u_1 = \frac{6x_1}{1+t}$, $u_2 = \frac{2x_2}{1+t}$, $u_3 = \frac{x_3}{1+t}$. Για $t = 0$, $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 4$ και η πυκνότητα $\rho_0 = 2$. Να βρεθεί σχέση, που να συνδέει την πυκνότητα ρ στην τυχαία θέση ($\rho = \rho(x_1, x_2, x_3)$).
- (β) Η κίνηση κατά Lagrange ρευστού περιγράφεται από τις εξισώσεις:
- $$\begin{cases} x_1 = \xi_1, \\ x_2 = 3\xi_1^2 t^2 + \xi_2, \\ x_3 = \xi_3. \end{cases}$$
- Το ρευστό κατά την κίνησή του διατηρεί τον όγκο του;
3. (α) Ασυμπίεστο ρευστό ($\rho = \text{σταθ.}$) κινείται και οι συνιστώσες της ταχύτητάς του σε κυλινδρικές συντεταγμένες είναι: $u_r = \text{άγνωστη}$, $u_\phi = \frac{5}{r}(1 - e^{-r^2})$, $u_z = 0$. Να βρεθεί η συνιστώσα u_r .
- (β) Ασυμπίεστο ρευστό κινείται. Η συνάρτηση δυναμικού Φ είναι ίση με $\Phi = 4xy$. Να βρεθεί η ροϊκή συνάρτηση Ψ .
4. (α) Η ταχύτητα ρευστού είναι ίση με $\vec{u} = (4y - 3z)\vec{x}_0 + (4x - 2z)\vec{y}_0 + (2y - 3x)\vec{z}_0$. Να βρεθούν οι γραμμές ροής.



(α') ΣΧΗΜΑ 1